Route Educational and Social Science Journal

Volume 4(4), June 2017

Article History

Received / Geliş	Accepted / Kabul	Available Online / Yayınlanma
02.06.2017	05.06.2017	15.06.2017

INVESTIGATION OF THE OPERATIONAL AND CONCEPTUAL KNOWLEDGE LEVELS OF THE DISTANCE AND OPEN NEIGHBORHOODS CONCEPTS IN THE METRIC SPACES ENTRY COURSE

METRİK UZAYLARA GİRİŞ DERSİNDE UZAKLIK VE AÇIK KOMŞULUK KAVRAMLARINDAKİ İŞLEMSEL VE KAVRAMSAL BİLGİ DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

Gonca İNCEOĞLU[1]
Murat KOPARAN[2]

Abstract

The focus of this study is on the conceptual and procedural knowledge levels related to the distance function of the students studying in the second grade of Mathematics and Science Education Department and the determination of neighborhoods and their graphs defined according to different metrics on the same set. The data of the study in which the qualitative research design was used was obtained from responses given to 4 open-ended questions applied to 28 teacher candidates who attended the Department of Mathematics and Science Education at a state university. The questions were analyzed by two independent field experts and presented under the findings. As a result of the research, it has been seen that most of the learners are able to make the metric definition but make some mistakes in the operational part of the definition. It has been observed that some of the students have difficulty in determining the neighborhood of a point and drawing and commenting on their graph.
Keywords: Metric space, open neighborhoods, mathematics education, conceptual, operational.

Özet

Bu çalışmanın odağı Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü ikinci sınıfında okuyan öğrencilerin uzaklık fonksiyonu ile ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri ve aynı küme üzerinde farklı metriklere göre tanımlanan komşulukların ve onların grafiklerinin belirlenmesi üzerinedir. Nitel araştırma deseninin kullanıldığı çalışmanın verileri bir devlet üniversitesinde Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümüne devam eden 28 öğretmen adayına uygulanan 4 adet açık uçlu sorulara verilen yanıtlardan elde edilmiştir. Sorular birbirinden bağımsız iki alan uzmanı tarafından analiz edilmiş ve bulgular temalar altında sunulmuştur. Araştırma sonucunda çoğu öğrencinin metrik tanımını yapabildikleri fakat tanımın uygulanması olan işlemsel kısımda bazı hatalar yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin bazılarının ise bir noktanın komşuluğunu belirlemede ve grafiğini çizip yorum yapmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir.
Anahtar Kelimeler: Metrik uzay, açık komşuluk, matematik eğitimi, kavramsal, işlemsel

[1] Yrd. Doç. Dr. Anadolu Üniversitesi, gyildiri@anadolu.edu.tr
[2] Öğr. Gör. Dr., Anadolu Üniversitesi, mkoparan@anadolu.edu.tr

1. Giriş

Bu güne kadar matematiğin tanımının ne olduğuna dair çok farklı görüşler sunulmuştur. Bazı bilim adamları matematiği insan tarafından yaratılan zihinsel bir sistem olarak ifade derken; bazı bilim adamları ise matematiği bir soyutlama ve modelleme ve de bütün bilimlerin ortak bir dili olarak ifade etmişlerdir (İnceoğlu, 2009). “Matematik soyut düşüncelerimizi sistematik biçimde ifade edebilmemizi sağlayan bir evrensel dil, evrensel kültür ve bir yazılım teknolojisidir” (Hacısalihoğlu, Mirasyedioğlu ve Akpınar, 2004: 1).

Matematiğin kendine özgü bir dili vardır. Bu dili öğrenmek için bu dile ait olan kavramları bilmek gereklidir.

Nesnelerin ve olayların ortak özelliklerini kapsayan ve bir ortak ad altında toplayan genel tasarım olarak tanımlanan “kavram” aslında düşünmeyi sağlayan zihinsel bir araçtır. (www.tdk.org.tr ve Senemoğlu, 1997). Bir diğer tanımlamaya göre ise ‘kavram’, bir benzer özelliklere sahip olay, fikir ve objeler grubuna verilen ortak isim şeklinde ifade edilmiştir (Erden ve Akman, 1998). Kavramsal bilgiyi Hiebert (1986) “matematiksel anlamda kavramsal bilgi, ilişkilendirilmeleri bakımdan zengin olan bilgi ve bilgiler ağı” olarak tanımlar.

Matematikte kullanılan kavramlar genellikle soyut, karmaşık ve hiyerarşiktir (Nesbit, 1996). Limit, süreklilik, türev v.b gibi analiz derslerinin en temel kavramları açık komşuluk kavramı yardımıyla tanımlanabilir. Açık Komşuluk kavramını tanımlamak için ise uzaklık fonksiyonunu diğer bir deyişle metrik fonksiyonunu kullanmak gereklidir. Öğrenciler ortaokul ve lise yıllarında uzaklık kavramını kullanmışlardır. (a, b) açık aralığının uzunluğunun mutlak değer yardımıyla $|a - b|$ olduğunu biliyorlar.

Mutlak değerin her zaman pozitif olduğunu, . (a, b) açık aralığının uzunluğu ile (b, a) açık aralığının uzunluğunun aynı olduğunu; bir noktanın kendisine olan uzaklığının sıfır olduğunu ; üç noktadan herhangi iki nokta arsındaki uzaklığın diğer nokta çiftleri arasındaki uzaklıkların toplamından küçük eşit olduğunu biliyorlar. Dolayısıyla metrik kavramı çoğumuzun sezgisel olarak bildiği uzaklık kavramının bir genellemesi olan bir topolojik kavramdır.

Topolojinin eğitim bağlamında ele alınmasının genellikle Piaget ve Inhelder’in (1956) çalışmalarına dayandığı görülmektedir .Bu araştırmacılar “topolojik öncelik tezi (topological primacy thesis)” olarak bilinen iddiayı ortaya atmışlardır. (Delice ve Karaaslan 2016). Bu teze göre küçük çocuklar uzayı ilk önce topolojik, sonra projektif ve en son Öklid olarak algılamaktadırlar (Baki, 2006; Darke, 1982; Delice ve Karaaslan 2016). Buna göre önce süreklilik, sıra gibi topolojik özellikler, sonra perspektif gibi projektif özellikler, en son olarak da uzaklık gibi Öklid özellikler algılanır.

2. Yöntem

Bu çalışmada bir devlet üniversitesinin Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünde 2. Sınıflar için açılan Metrik Uzaylara Giriş dersinde öğrencilerin uzaklık fonksiyonu ile ilgili kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri ve aynı küme üzerinde farklı metriklere göre tanımlanan komşulukların ve onların grafiklerinin belirlenmesinde yaptıkları hataları derinlemesine incelemek hedeflendiği için nitel bir yaklaşım benimsenmiştir. Çalışmanın deseni temel nitel araştırma (Merriam, 2013) olarak belirlenmiştir. Merriam (2013) nitel araştırmaların tamamının yorumlayıcı bir bakış açısıyla ele alındığını ifade ederek fenomenolojik, gömülü, öyküsel analiz, eleştirel ya da etnografik araştırma gibi bir desen altında ele alınmayan çalışmaların temel nitel araştırma olarak adlandırılabileceğini ifade etmiştir (s.22).

2.1. Çalışma Grubu

Bu çalışmanın araştırma grubunu, Türkiye'de bir devlet üniversitesinde Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümünde okuyan 28 öğrenciden oluşturmaktadır. Araştırmaya Metrik Uzaylara Giriş seçmeli dersini alan ikinci ve üçüncü sınıf öğrencileri katılmışlardır. Bu öğrencilerin 25' i kız 3' ü erkek öğrencidir.

2.2. Veri Toplama Aracı

Metrik Uzaylara Giriş dersinde uzaklık fonksiyonu, komşuluk kavramı ve komşuluk kavramının geometrik yeri konularındaki hata ve kavram yanılgılarını ölçmek amacıyla 4 adet açık uçlu sorunun bulunduğu bir sınav uygulanmıştır. Sorular hazırlanırken öncelikle alan yazın taraması gerçekleştirilmiş ve daha sonra matematik eğitiminde uzman araştırmacılardan görüş alınmıştır. Sınavın değerlendirilmesi sonucu öğrencilerden elde edilen sonuçlar cevapsız, tamamı yanlış, tam doğru, kısmen doğru ve çözüm yolu doğru işlem hatalı olarak beş kategoride incelenmiş ve yüzde grafikleri hesaplanmıştır.

Sınav sorularını sunmadan önce Metrik Uzay ve komşuluk kavramlarını hatırlayalım.

Tanım 1. X kümesi boş kümeden farklı herhangi bir küme olmak üzere

d: $XxX \rightarrow \mathbb{R}$

fonksiyonu her $x, y, z \in X$ için ;

M1. $d(x, y) \geq 0$

M2. $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$

M3. $d(x, y) = d(y, x)$

M4. $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ (üçgen eşitsizliği)

Koşullarını gerçekliyor ise d fonksiyonuna X kümesi üzerinde bir metriktir denir. Üzerinde bir d metriği tanımlanan X kümesine de metrik uzay denir ve genellikle (X, d) ile gösterilir. (Başkan Bizim Cangül, 2006)

Tanım 2. (X, d) metrik uzayı ve herhangi bir $a \in X$ noktası verilsin. $\varepsilon > 0$ olmak üzere

$N(a, \varepsilon) = \{x \in X | d(a, x) < \varepsilon\}$

kümesine a noktasının ε - açık komşuluğu denir. (Başkan v.d 2006)

Uygulanan açık uçlu sınav soruları aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 1. Açık uçlu sorular

Soru 1	Metrik uzay kavramını tanımlayınız ve $\mathbb{R}^2$ üzerinde $x = (x_1, x_2)$ ve $y = (y_1, y_2)$ olmak üzere d: $\mathbb{R}^2 x \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; d(x,y) = \lvert x_1 - y_1 \rvert + \lvert x_2 - y_2 \rvert$ olarak tanımlanan d fonksiyonunun bir metrik olduğunu gösteriniz
Soru 2	$\mathbb{R}^2$ üzerinde $x = (x_1, x_2)$ ve $y = (y_1, y_2)$ olmak üzere d: $\mathbb{R}^2 x \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; d(x,y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$ biçiminde tanımlanan Öklid metriğine göre 0 noktasının ε komşuluğunu belirleyip grafiğini düzlemde çiziniz
Soru 3	$\mathbb{R}^2$ üzerinde d: $\mathbb{R}^2 x \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; d(x,y) = \lvert x_1 - y_1 \rvert + \lvert x_2 - y_2 \rvert$ taksi metriğine göre 0 noktasının 0 noktasının ε komşuluğunu belirleyip grafiğini düzlemde çiziniz
Soru 4	2.ve 3. sorularda elde edilen sonuçları yorumlamalayınız

Bu soruların amacı metrik uzayların temel kavramlarını vermek, koordinat düzleminde ($\mathbb{R}^2$ ile gösterilir) bir noktanın komşuluğunun grafiğini farklı metriklere göre çizmek ve elde edilen sonuçları yorumlamaktır.

2.3. Verilerin Analizi

Analiz iki aşamalı gerçekleştirilmiştir. İlk olarak sınavda sorulan soruların çözümlerinin analizi yapılmış, yanıtlar genel bir performans elde edilmek için tam doğru yanıt, kısmen doğru yanıt, yanlış yanıt ve yanıt yok şeklinde beş temel kategoride sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmada temel alınan bileşenler şunlardır:

Tam Doğru Yanıt : Cevabın tüm bileşenlerini içeren,

Çözüm yolu doğru işlem hatalı : Cevabın çoğu bileşenlerini içeren fakat işlem hatalı

Kısmen Doğru : Cevabın tüm bileşenlerini içermeyen,

Tamamı Yanlış : Cevapla ilgisi olmayan ya da yanlış bilgi içeren, kavram yanılgısı içeren veya mantıksız cevap

,

Yanıt yok : Cevabı boş bırakma.

Soruya ilişkin genel bir yorum elde edilmek için yapılan ilk analizin ardından ikinci bir analiz gerçekleştirilmiştir. Tematik olarak gerçekleştirilen bu ikinci aşamada her bir soruya ilişkin hatalar temalar ve alt temalar altında toplanmıştır. İki araştırmacı tarafından bağımsız olarak belirlenen temalar için görüş birliği sağlanmıştır. Analiz tablolar aracılığıyla sunularak yorumlanmış, bulgularda doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

2.3. Bulgular

Öğrencilerin Sorulara ilişkin Genel Durumu

Aşağıdaki tablo öğretmen adaylarının metrik uzaylara giriş dersinde hazırlanan yazılı sınava verdikleri cevapların sorulara göre dağılımının yüzdeliklerini ifade etmektedir.

Tablo 2: Sorulara verilen cevapların yüzdeleri

Sorular	Cevap Yok		Tamamı yanlış		Kısmen Doğru		Çözüm yolu doğru işlem hatalı		Tam Doğru	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
1	0	0	0	0	1	3,57	10	35	17	60,71
2	0	0	1	3,57	2	7,14	13	47	12	42,85
3	0	0	0	0	3	10,71	8	28,57	17	60,71
4	1	3,57	0	0	21	75	0	0	6	21,42

Yukarıdaki tabloya göre öğrencilerin %60,71' i birinci soruya doğru cevap vermişlerdir. %35' i bazı hatalarla soruyu cevaplamışlardır. Bu soruyu tamamen yanlış yapan ve cevaplamayan hiçbir öğrenci yoktur. Bu nedenle kavramsal olan bu soruda öğrencilerin başarılı olduğunu söyleyebilir. Üçüncü soru da birinci soru gibi %60,71'lik bir oranla doğru olarak cevaplanmıştır. Bu soruda %28,57' lik bir oranla da öğrenciler çözüm yolu doğru fakat işlem hatalı bir şekilde soruları cevaplamışlardır. %10,71' lik bir oranla öğrenciler bu soruyu kısmen doğru olarak cevaplamışlardır. Bu soruyu tamamen yanlış yapan ve cevaplamayan hiçbir öğrenci yoktur. İkinci soruda öğrencilerin çözüm yolu doğru fakat işlem hatası yaparak en yüksek oranda bu soruyu cevaplamışlardır. %47' lik bir oranla da kısmen doğru olarak cevaplamışlardır. Hiç cevap vermeyen öğrenci yoktur ve bir öğrenci ise tamamen yanlış olarak bu soruyu cevaplamıştır.

En az doğru cevabın verildiği soru dördüncü sorudur. Bu soruya 1 öğrenci hiçbir cevap vermemiştir fakat %21,42' lik bir oranda tam doğru olarak cevaplandığı gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin Her Bir Sorudaki Hatalarının Analizi

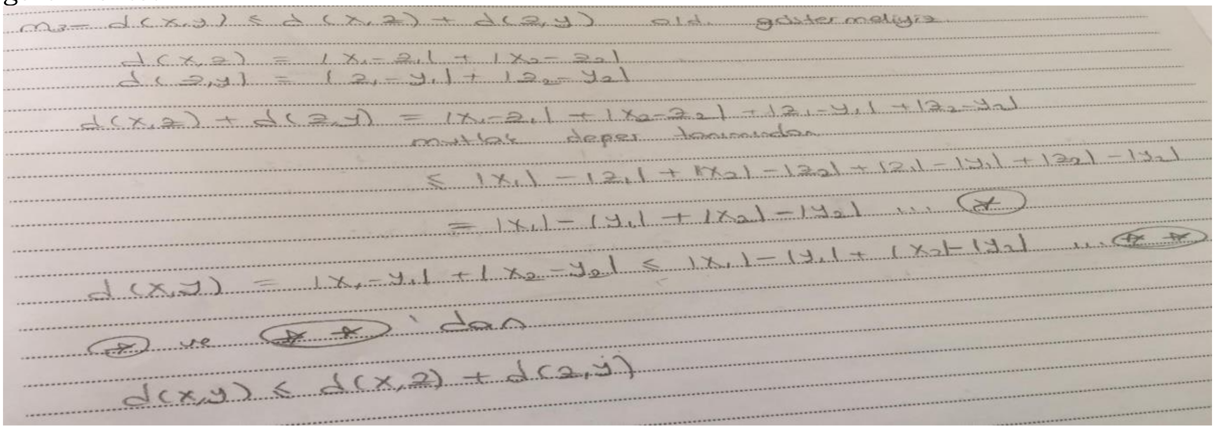
Gerçekleştirilen ikinci analiz öğrencilerin her bir soruda vermiş oldukları yanlış yanıtlarının analizini kapsamaktadır. Bu doğrultuda öğrencilerin yaptıkları hatalar her bir soru için ayrı ayrı sınıflandırılarak detaylı bir şekilde sunulacaktır.

Öğrencilerin metrik uzayı tanımlama ve bunu bir örnek üzerinde uygulama sorusundaki cevaplar Tablo3' de görüldüğü gibi dört tema altında incelenmiştir.

Tablo 3. Öğrencilerin 1. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Tema	**F**
Tanım tam doğru	15
Tanım eksik ya da hatalı	9
Tanımın uygulanması hatalı	20
Tanımın uygulanması tam doğru	3
Toplam	**47**

Birinci soru kavramsal ve aynı zamanda işlemsel bir sorudur. Tablo 3 incelendiğinde birinci sorunun en yüksek cevaplanma oranına sahip olduğu görülür. Bu soruda öğrencilerin metrik uzay kavramını tanımlamada sıkıntı yaşamadıkları fakat mutlak değer yardımıyla tanımlanan d fonksiyonunun metrik olduğunu göstermede bazı hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu yapılan hataların neredeyse tamamı üçgen eşitsizliğine yönelik yapılan hatalardır. Ayrıca tanımı hatalı yapanların tanımın uygulamasını da hatalı bir biçimde yaptıkları gözlemlenmiştir. Sekil 1' de verilen örnek tanımın uygulaması aşamasında üçgen eşitsizliğine dair yapılan hatayı göstermektedir. Burada öğrencinin mutlak değer eşitsizliklerini yanlış uyguladığı görülmektedir.



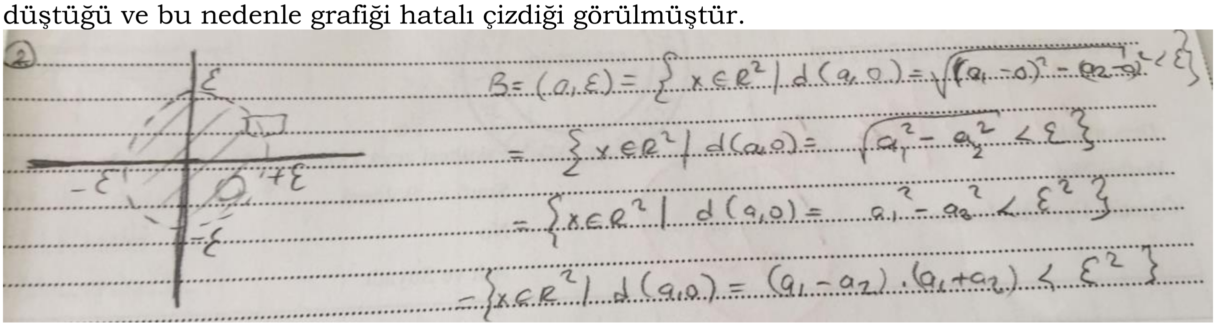
Şekil 1. 1. Soruda tanımın uygulanmasını hatalı yapan öğrenci örneği

Öğrencilerin $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan Öklid metriğine göre bir noktanın komşuluğunun cebirsel ifadesini belirlemede ve grafiğini çizme sorusundaki cevaplar Tablo4' de görüldüğü gibi üç tema altında incelenmiştir.

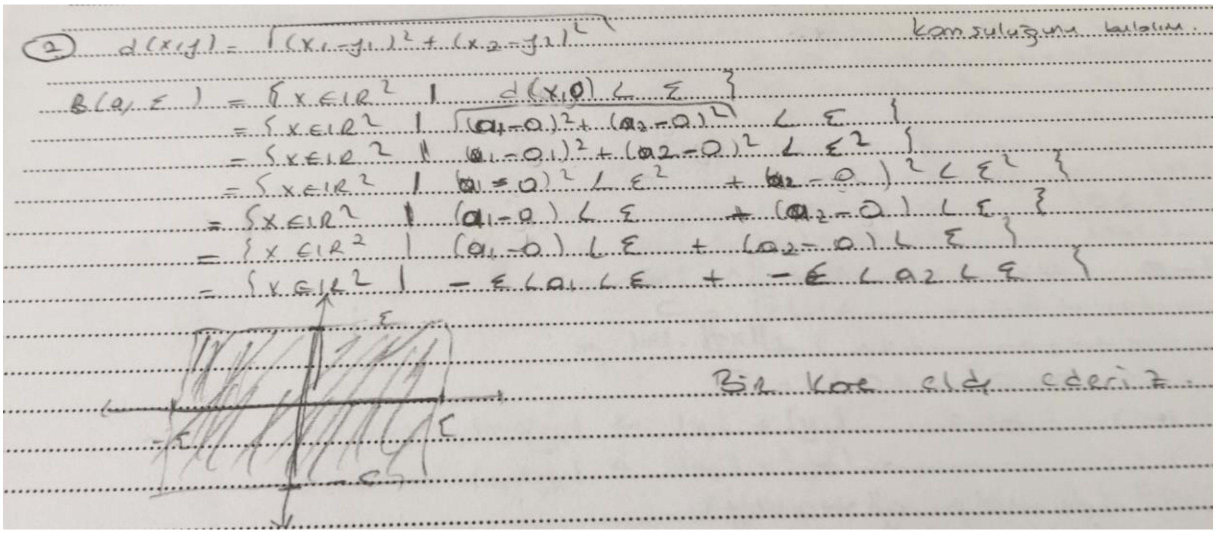
Tablo 4. Öğrencilerin 2. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Tema	F
Cebirsel doğru grafik eksik	8
Cebirsel eksik ya da yanlış grafik doğru	5
Cebirsel doğru grafik doğru	15
Toplam	**28**

Tablo 4 incelendiğinde $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan Öklid metriğine göre bir noktanın komşuluğunun cebirsel ifadesini belirlemede ve grafiğini çizmede çoğu öğrencinin sorun yaşamadığı görülmüştür. Bazı öğrenciler komşuluğun cebirsel ifadesini doğru bir biçimde ifade ederken bu komşuluğun grafiğini $\mathbb{R}^2$' de çizerken hatalar yapmışlardır. Bazı öğrencilerin ise cebirsel ifadede hatalar yaptıkları halde grafiği doğru bir şekilde çizdikleri görülmektedir. Sekil 2'deki verilen örnekte şaşırtıcı olan cebirsel ifadeyi yanlış belirleyip grafiği doğru çizen bir öğrencinin varlığıdır. Şekil 3' deki örnekte öğrencinin cebirsel ifadeyi başlangıçta doğru yaparken sonradan hataya düştüğü ve bu nedenle grafiği hatalı çizdiği görülmüştür.



Şekil 2. 2. Soruda Cebirsel ifadesi yanlış olan fakat grafiği doğru çizen bir öğrenci örneği



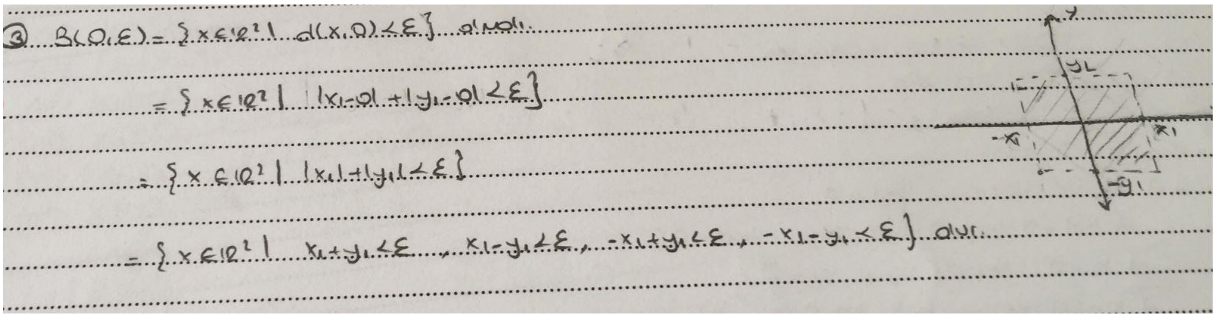
Şekil 3. 2. Soruya ilişkin öğrenci hatası

Öğrencilerin $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan taksi metriğine göre bir noktanın komşuluğunun cebirsel ifadesini belirlemede ve grafiğini çizme sorusundaki cevaplar Tablo5' te görüldüğü gibi üç tema altında incelenmiştir.

Tablo 5. Öğrencilerin 3. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Tema	**F**
Cebirsel doğru grafik eksik	9
Cebirsel eksik ya da yanlış grafik doğru	4
Cebirsel doğru grafik doğru	17
Toplam	**30**

Tablo 5 incelendiğinde $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan taksi metriğine göre bir noktanın komşuluğunun cebirsel ifadesini belirlemede ve grafiğini çizmede çoğu öğrencinin sorun yaşamadığı görülmüştür. Bazı öğrenciler komşuluğun cebirsel ifadesini doğru bir biçimde belirlemişlerdir fakat bu komşuluğun grafiğini $\mathbb{R}^2$' de çizerken hatalar yapmışlardır. Dört öğrenci ise cebirsel ifadede hatalar yaptıkları halde grafiği doğru bir şekilde çizdikleri görülmektedir. On yedi öğrenci ise soruyu tam doğru cevaplamıştır. Şekil 4' teki örnekte öğrencinin $\mathbb{R}^2$' de 0 noktasının komşuluğunu cebirsel olarak doğru bir şekilde ifade ettiği fakat bu komşuluğun grafiğini hatalı bir biçimde çizdiği görülmüştür.



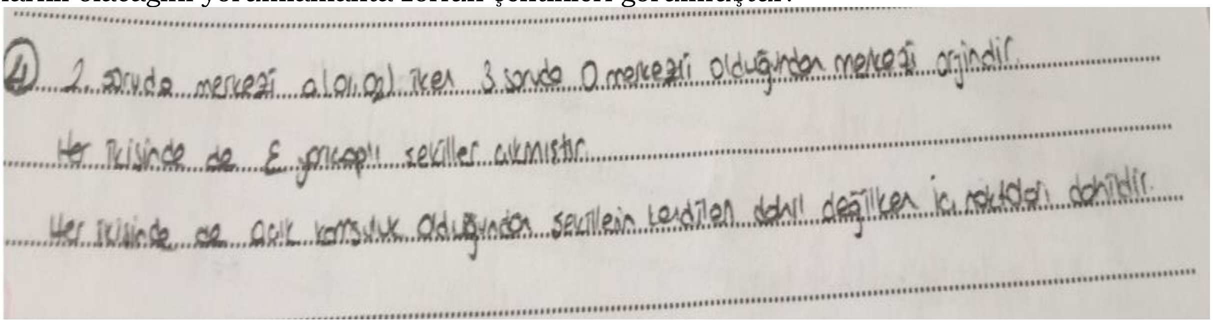
Şekil 4 3. Soruya ilişkin öğrenci hatası

Öğrencilerin ikinci ve üçüncü soruya verdikleri cevapları yorumlama sorusundaki cevaplar Tablo 6' da görüldüğü gibi üç tema altında incelenmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin 4. Soruda kullandıkları çoklu temsiller

Tema	F
Yorumu tam doğru yapan	6
Yorumu eksik yapan	21
Yorumu hiç yapmayan	1
Toplam	**28**

Tablo 6' ya göre en az doğru cevaplanan soru dördüncü sorudur. $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan Öklid ve Taksi metriğine göre sırasıyla ikinci ve üçüncü sorulara verdikleri yanıtlara göre bir yorumlama istenmişti. Elde edilen verilere göre cebirsel olarak belirledikleri ve grafiğini çizdikleri iki komşuluğun aynı küme üzerinde iki farklı metriğe göre farklı komşuluklar belirleyebileceğini ve bunların düzlemdeki grafiğinin farklı olacağını yorumlamakta zorluk çektikleri görülmüştür.



Şekil 6 4. Soruya ilişkin öğrenci hatası

Sonuç ve Öneriler

Öğrencilerin Metrik Uzaylara Giriş dersinde açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlarda yaptıkları hataların analizinden elde edilen bulgular kavramsal olarak metrik uzay tanımını yapmakta zorlanmadıkları fakat mutlak değer yardımıyla tanımlanan bir fonksiyonun metrik olduğunu kanıtlarken özellikle üçgen eşitsizliği koşulunun kanıtlanmasında hatalar yaptıkları gözlemlenmiştir. $\mathbb{R}^2$ üzerinde tanımlanan farklı iki metriğe göre $\mathbb{R}^2$' deki 0 noktasının bir komşuluğunu belirleme ve bu komşuluğun grafiğini çizmede çok fazla sorun yaşamadıkları görülmüştür. Fakat bu iki sonucun karşılaştırması olan açık uçlu soruda zorlandıkları söylenebilir. Aynı küme üzerinde tanımlanan farklı metriklere göre aynı noktanın komşuluklarının farklı olduğunu göremedikleri ve bu konuda yorum yapamadıkları gözlemlenmiştir.

Matematik eğitimi üzerine yapılan bir çalışma, öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin dengeli olmadığını ve de işlemsel bilginin daha çok öne çıktını göstermektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında ezberci öğrenmeyi özendiren, işlemsel bilgiyi öne çıkaran, sadece kural, formül ve işlem yürütmeye dayalı bilgileri ölçen ve bireylerin gelecekteki mesleklerinin belirlenmesinde 10 etkin rol oynayan merkezi sınav sistemlerinin önemli rol oynadığı düşünülmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009). Ortaöğretimde matematik dersleri kavramsal olarak işlenmediği ve çoğu zaman ezbere dayalı formüller ve kurallar üzerinden işlendiği için konular öğrenme yerine ezberlenmektedir.

Yapılan pek çok çalışmada öğrencilerin sahip oldukları işlemsel bilgilerin kalıcı ve işlevsel olmadığı ifade edilmektedir. Bu araştırmalar öğrencilerin sahip olduğu işlemsel ve kavramsal bilginin süreç içinde dengelenemediğini ve işlemsel bilginin daha çok ön plana çıktığını ortaya koymaktadır. Matematik dersleri kavramsal ağırlıklı işlenmediği için konular öğrenme yerine ezberlenmektedir. Çoğu öğrenci, kullandıkları işlemlerin temelinde kavramların olduğunun ve matematiğin ne anlama geldiğinin farkında değildir. Onlar matematik öğrenmenin, anlamsız semboller üzerinde işlem yapmak olduğuna inanırlar ve matematiği ezberleyerek öğrenmeye çalışırlar (Soylu ve Aydın, 2006). Kavramsal öğrenmede ise öğrenci problem çözmede ve matematiksel bilgileri üretmede kendi yaratıcılığını, sezgilerini kullanabilen bir problem çözücüdür (Baki ve Bell, 1997).

Öğrenciler lise yıllarında sınav sistemine dayalı bir eğitim sonucunda üniversitelere gelmektedirler. Bu eğitimde daha çok algoritmik işlemler ve bu işlemlerin hızlı bir şekilde yapılması beklenmektedir. Harel ve Sowder (2005), Uhlig (2003) ve Stewart'ın (2017) ifade ettiği gibi öğrencilerin üniversiteye gelmeden önce kavramsal sorular ve kanıtlama becerisi gerektiren problemleri çözmeleri önerilebilir. Ayrıca matematikte önemli bir yere sahip olan semboller, niceleyiciler gibi matematiksel dil argümanlarının öğretim programlarında vurgulanması gerekir.

KAYNAKÇA

Harel, G. ve Sowder, L. (2005). "Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and its development". *Mathematical Thinking and Learning, 7*, 27–50.

Baki, A. ve Bell, A. (1997) *Ortaöğretim Matematik Öğretimi,* YÖK/Dünya Bankası MEGP Hizmet Öncesi Öğretmen Eğitimi, YOK Yayınları: Ankara.

Baki, A. (2006). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi. (3. Baskı) Trabzon: Derya Kitabevi.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009) "İlköğretim II. Kademe Öğrencilerinin Rasyonel Sayılar Konusundaki İslemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeylerinin İncelenmesi", *Uludağ Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. *XXII,* s. 2, ss. 529-550.

Darke, I. (1982) "A review of research related to the topological primacy thesis". Educational Studies in Mathematics, 13(2), 119-142

Delice, A. E ve Karaaslan, G.K. 2016) "Topolojinin ilkokul, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında ele alınmasının tartışılması" , Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, c. 43, 43-66

Erden, M. Ve Akman, Y. (1998) Gelişim Öğrenme-Öğretme Eğitim Psikolojisi, Arkadaş Yayınevi, Ankara: 1998.

Hacısalihoğlu, H. H. Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2004) Matematik Öğretimi, Matematikte İşbirliğine Dayalı Yapılandırıcı Öğrenme ve Öğretme, Asil Yayıncılık: Ankara.

İnceoğlu, G. (2009) "Matematik Eğitimi ve Matematik Öğretimi Alanında Yapılan Tezlerin Bir Değerlendirilmesi",4(3), 146-1052.

Hiebert, J. ve Lefevre, P. (1986) "Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics", Lawrence Erlbaum Associates Inc.: New Jersey.

Merriam, S.B. (2013) "Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber" (Çev. Ed.:Selahattin Turan), Ankara: Nobel Yayıncılık

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006) "Matematik Derslerinde Kavramsal ve İslemsel Öğrenmenin Dengelenmesinin Önemi Üzerine Bir Çalışma", *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi,* c. 8, s. 2.

Senemoğlu, N. (1997). Gelişim Öğrenme ve Öğretim (Kuramdan Uygulamaya), Ankara.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.