Route Educational & Social Science Journal
Volume 6(6); June 2019

Artical History

Received/ Geliş 21.05.2019 | Accepted/ Kabul 12.06.2019 | Available Online/yayınlanma 15.06.2019.

Finding the multi-objective shortest path for business companies by using a weighting method (calculate distance and time as a model)

إيجاد أقصر مسار متعدد الأهداف لشركات الأعمال باستخدام طريقة الأوزان (حساب المسافة والوقت أنموذجاً)

*مدرس دكتور مُحَّد سعد إبراهيم
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي (العراق)

**الاستاذ الدكتور كريم ذياب احمد
وزارة التعليم العالي/ الجامعة العراقية (العراق)

Dr. Mohammed Saad Ibrahim
Ministry of Higher Education and Scientific Research (Iraq)

Dr. Kareem Dheyab Ahmed
Ministry of Higher Education/ The Iraqia University (Iraq)

الملخص

تُعدُّ البرمجة الخطية متعددة الأهداف واحدة من أهم نماذج الأمثلية الرياضية وهي إمتداد للبرمجة الخطية التقليدية، حيث يتم الأخذ بالحسبان أكثر من هدف يسعى صانع القرار لتحقيقه وغالباً ما تكون هذه الأهداف متضاربة فيما بينها وهي إحدى أهم الصعوبات ألتي تواجه الباحثين في نماذج الأمثلية متعددة الأهداف. لنعد إن لدينا شبكة طرق لها نقطة بدء معينة ونقطة نهاية معينة، وأن الأقواس التي تصل بين نقاط الشبكة تأخذ مسارات متعددة لتصل مابين نقطة البداية ونقطة النهاية، ونحاول من خلال مشكلة أقصر مسار أن نحصل على أقصر هذه المسارات التي تربط بين نقطة البداية ونقطة النهاية. تهتم مشكلة أقصر مسار التقليدية أساساً بتحديد الطرق المتصلة في شبكة النقل والتي تمثل أقصر مسافة بين المصدر ومكان الوصول في شبكة الطرق (عن طريق إيجاد إما الكلفة أو المسافة أو الوقت أو أي مقياس آخر). أما

فيما يخص مشكلة البحث قيد الدراسة فهي تتمثل بإيجاد أقصر طريق أمثل متعدد الأهداف لكل من (المسافة والوقت) في آن واحد وقد تم توضيح ذلك من خلال تطبيق نموذج عملي مقترح لمشكلة أقصر طريق متعدد الأهداف لحل مشكلة إحدى شركات الخدمة الأمريكية، وذلك عن طريق حساب أقصر أو أسرع الطرق بين موقعين للزبائن وهذا ليس بالأمر السهل في الواقع، حيث يرجع ذلك أساساً إلى تغير الظروف في شبكة الطرق بسرعة وبشكل منتظم. لذلك، تقوم الشركة باختبار نظام يقدم المشورة إلى أحد الفنيين حول المسار الذي يجب عليه إتخاذه إلى الزبون التالي، فقط بعد انتهائه من خدمة أحد الزبائن. كما تم حل النموذج العملي المقترح باستخدام طريقة الأوزان وهي واحدة من أشهر الطرائق الخاصة بحل مشاكل الأمثلية متعددة الأهداف للحصول على حل عقلاني أمثل يرضي صانع القرار.

الكلمات المفتاحية: مشكلة المسار الأقصر، الأمثلية متعددة الأهداف، مشكلة المسار الأقصر متعددة الأهداف، طريقة الأوزان، الحل العقلاني.

Abstract

Linear programming is a multi-objective one of the most important models of mathematical optimization, which is an extension of traditional linear programming, where more than one goal is sought by the decision-maker to achieve, and often these objectives are conflicting among them, one of the most difficult difficulties facing researchers in multi-purpose optimization models. Let's say that we have a road network with a certain starting point and endpoint and that the arrows (or arcs) that connect the network points take multiple paths to reach the starting point and the access point (or end). We try through the shortest route problem to get the shortest of these arrows or tracks that link the starting point and the end point. The traditional shortest path problem is mainly concerned with identifying the related roads in the transport network, which represent the shortest distance between the source and the access point in the road network (by finding either cost, distance, time or any other measure). As for the problem of research under study, it is to find the optimal multi-objective shortest path for both (distance and time) at the same time. This was explained by applying a proposed practical model for the problem of the shortest multi-objective road to solve the problem of one of the service companies (GTC) A shorter or faster way of calculating routes between two locations for customers is not easy in fact, mainly because conditions in the road network change rapidly and regularly. Therefore, the Company tests a system that advises a technician on the path to be taken to the next customer, only after he has finished serving a customer. The proposed practical model was also solved by using the weights method, which is one of the most popular methods for solving multi-objective optimization problems in order to obtain a rational solution that is optimal for the decision maker.

keywords :Shortest path problem, multi-objective optimization, multi-objective shortest path problem, weighting method, rational solution.

المبحث الأول

منهجية البحث

1. المقدمة

إن الأمثلية التجميعية متعددة الأهداف والتي تسمى أيضاً الأمثلية متعددة المعايير، تعد واحدة من فروع الأمثلية المدروسة بشكل جيد حيث يتمثل الهدف في إيجاد الحلول المثلى بالإعتماد على مجموعة من الأهداف المتعددة. يمكن تمثيل العديد من مشاكل الحياة الحقيقية باستخدام الشبكات، فعلى سبيل المثال: شبكات النقل، شبكات المياه، شبكات النفط والغاز، شبكات الاتصالات والشبكات الاجتماعية وغيرها الكثير. يمكن القول إن الهدف الرئيسي لنماذج الشبكات هو تحقيق الأداء الامثل وفقاً للأهداف المحددة بشكل مسبق. وقد تنشأ في مثل هذه المشاكل (أي مشاكل الشبكات) أهداف متعددة مثل تحسين الكلفة، المسافة، الوقت، التأخير، المخاطر، المعولية، جودة الخدمة والمؤثرات البيئية وما إلى ذلك، إذ يمكن صياغة هذه المشكلة كمشكلة أقصر مسار متعدد الأهداف. هنالك العديد من البحوث التي قُدمت لمعالجة مشاكل الأمثلية متعددة الأهداف ومشكلة المسار الأقصر متعددة الاهداف، حيث قام كل Kuhn و Tucker في عام 1951 [1] بنشر أو مقترح بخصوص الأمثلية متعددة الأهداف وذلك باستخدام مفهوم متجه الأمثلية، وفي عام 1979 [2] قام كل من Yoon و Hwang بتطوير مشاكل صنع القرار عند وجود أهداف متعددة، وتقدموا باستعراض الكثير من الطرائق والأساليب الخاصة بحل مشاكل الأمثلية، ذات الأهداف المتعددة وبضمنها طريقة الأوزان التي سنستخدمها في هذا البحث، والذي تضمن أربعة مباحث الأول منهجية البحث والثاني الاستعراض المرجعي والمبحث الثالث تضمن الجانب التطبيقي في حين تضمن المبحث الرابع الاستنتاجات والتوصيات مع قائمة المصادر والملاحق.

1.1. مشكلة البحث

تتمثل مشكلة البحث في كيفية إيجاد أقصر مسار أمثل متعدد الأهداف يحقق اقل مسافة وأدنى وقت في آن واحد (مع مراعاة التضارب الذي سينتج بين الأهداف) لحل مشكلة إحدى شركات الخدمة الأمريكية (Government Travel Charge (GTC)) والتي ستكتب بشكل مختصر لاحقاً (GTC)، وذلك عن طريق حساب المسار الأقصر والوقت الأقل بين موقعين للزبائن وهذا ليس بالأمر السهل في الواقع، حيث يرجع ذلك أساساً إلى تغير الظروف في شبكة الطرق بسرعة وبشكل منتظم علماً إن الشركة تبحث عن ايجاد نظام يقدم المشورة إلى الفنيين العاملين في الشركة حول المسار الذي يجب عليهم اتخاذه إلى الزبائن، فقط بعد انتهائهم من خدمة زبائن آخرين.

2.1. هدف البحث

إن الهدف الرئيسي من البحث هو إيجاد المسار الأمثل متعدد الاهداف لشركة الخدمة الأمريكية (GTC)، والذي يتيح وصول الفنيين الى الزبائن بأسرع وقت ممكن وأقل مسافة وذلك باستخدام طريقة الأوزان النسبية الخاصة بحل مشاكل الأمثلية متعددة الأهداف.

3.1. أهمية البحث

تبرز أهمية البحث في تقديم المشورة التي تبحث عنها الشركة في إيجاد نظام يقدم إلى الفنيين العاملين فيها حول المسار الذي يجب عليهم اتخاذه إلى الزبائن، فقط بعد انتهائهم من خدمة زبائن آخرين. وكذلك إيجاد أقصر مسار أمثل متعدد الأهداف يحقق أقل مسافة ووقت في آن واحد لشركة الخدمة الأمريكية (GTC)، وذلك من خلال حساب المسار الأقصر والوقت الأقل بين موقعين للزبائن.

4.1. فرضية البحث

إنطلق البحث من فرضية مفادها إمكانية تحويل مشكلة الأمثلية متعددة الأهداف إلى مشكلة أمثلية أحادية الهدف، باستخدام طريقة الأوزان حيث يتم الحصول على حل أمثل نهائي يرضي شركة الخدمة الأمريكية (GTC)، وسيتم أولاً تحويل النموذج إلى مشكلة أحادية الهدف، ومن ثم سيتم أخذ قيم مختلفة لمتجه الاوزان (w) لغرض إيجاد مجموعة الحلول المهيمنة لهدفين مختلفين هما الوقت والمسافة.

المبحث الثاني

الاستعراض المرجعي

1. المسار الأقصر متعدد الأهداف

في عام 1982 [3] قدم العالم Zeleny مفهوم جديد للأوفقية متعددة المعايير من خلال تصميم منطقة الحل المقبول والحصول على حلول مثلى جديد تمتاز بالمرونة والعقلانية، كما وقام White أيضاً في العام 1991 [4] بتحديد أكثر من 500 طريقة وتطبيق خاصة بمشاكل الأمثلية متعددة الأهداف نشرت بين عامي 1955 و 1986، وفي عام 2000 [5] وضح Papadimitriou و Yannakakis كيف يمكن بناء فجوة روتينية بالإعتماد على خوارزمية وهمية متعددة الحدود تستطيع حساب المسارات بدقة لمشكلة المسار الأقصر متعدد الأهداف، وبالتالي تتمكن هذه الخوارزمية من توفير مخطط زمني تقريبي متعدد الحدود لهذه المشكلة، كما ووصف Ireland وآخرون في عام 2004 [6] كيف إن خط السكك الحديدية في المحيط الهادئ الكندي يوفر ما يقرب 100 مليون دولار سنوياً باستخدام نماذج تحسين الشبكة من خلال إيجاد المسار الأمثل متعدد الأهداف لتوجيه شحناتها يومياً عبر شبكة ضخمة من السكك الحديدية تضم الكثير من أمريكا الشمالية. واستطاع Raith و Ehrgtt في عام 2009 [7] بعمل مقارنة فعالة للإستراتيجيات المختلفة لحل مشكلة المسار الأقصر ثنائية الهدف للشبكات المعقدة والتي تتضمن الكثير من العقد والأقواس، وقام كذلك كل من Paixão و Santos في عام 2013 [8] بدراسة تقنية جديدة لوضع العلامات التقليدية لحل مشكلة المسار الأقصر ذو الأهداف المتعددة مع الاخذ بنظر الاعتبار وجود اكثر من تكلفة لأقواس الشبكة. فيما قام كل من Duque، Lozano و Medaglia [9] بتقديم طريقة تكرارية دقيقة تعتمد على التعداد الضمني لحل مشكلة أقصر مسار ثنائية الهدف لشبكة إنسيابية تتكون من 1.2 مليون عقدة و 2.8 مليون قوس. Thomas وآخرون [10] قدموا مقترحاً جديداً لمخطط تقريب الزمن متعدد الحدود لمشكلة أقصر مسار متعدد الأهداف آخذين بنظر الاعتبار كون التكاليف موجبة وصحيحة للأقواس الخاصة بشبكة الأعمال.

2. البرمجة الخطية ذات الأهداف المتعددة

تعد البرمجة الخطية متعددة الأهداف واحدة من أهم نماذج الأمثلية الرياضية وهي امتداد للبرمجة التقليدية أحادية الهدف، حيث يتم الأخذ بنظر الاعتبار أكثر من هدف يسعى صانع القرار لتحقيقه [11]. وغالباً ما تكون هذه الأهداف متضاربة فيما بينها وهي إحدى أهم الصعوبات التي تواجه الباحثين في نماذج الأمثلية متعددة الأهداف، حيث لم يعد حالياً مفهوم الحل الأمثل منطقياً أي بشكل عام، لا يوجد حل ممكن يستطيع تحقيق الأمثلية لجميع دوال الهدف في الوقت نفسه؛ إذ أظهر العالم Zeleny [3] بطريقة معبرة جداً الاختلافات الجوهرية بين نماذج الأمثلية التقليدية أحادية الهدف ونماذج الأمثلية متعددة الاهداف. يمكن الآن تمثيل نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف بالشكل الآتي [12]:

$$\left.\begin{array}{ll} Minimize & F(x)=\left(f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)\right)^T=(Cx)^T \\ s.t. & x \in D=\{Ax \geq b,\ x \geq 0\} \end{array}\right\} \quad (1)$$

حيث إن: $(n \geq 2)$، يمثل عدد دوال الهدف؛ $\left(x=\left(x_1, x_2, \ldots, x_r\right)\right)$، يمثل متجه متغيرات القرار؛ $(x \in D)$، يمثل فضاء الحل المقبول؛ وأخيراً $(F(x))$، يمثل متجه دوال الهدف وتعتبر المجموعة $\{O=F(x)\}$ متوافقة مع الحلول الممكنة في فضاء الأهداف، و $\left(y=\left(y_1, y_2, \ldots, y_n\right)\right)$، إذ إن $\{y_i=f_i(\mathrm{x})\}$ هو الحل. إن الحل المتحصل من نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف، يكون عبارة عن مجموعة من الحلول المهيمنة (non-dominated solution) يطلق عليها ايضاً أسم مجموعة باريتو.

3. مشكلة المسار الأقصر أحادية الهدف

من المشاكل المهمة تطبيقياً في تدفق الشبكات هي تلك المتعلقة بتعيين المسار الأقصر بين عقدة المصدر وعقدة المصب (مكان الوصول). لنعتبر إن لدينا شبكة مؤلفة من n عقدة $(1, 2, \ldots, n)$، بحيث يقابل كل قوس (i, j) عدد غير سالب d_{ij}، يدعى المسافة، أو زمن العبور من العقدة i إلى العقدة j. وإن تعذر وجود طريق مباشر يصل بين i و j، فإن المسافة تكون: $d_{ij}=+\infty$. ومن الممكن أن تختلف المسافة d_{ij} عن المسافة d_{ji} (أي إن: $d_{ij} \neq d_{ji}$). إذ تكمن المشكلة في كيفية إيجاد طول المسار الأقصر، والطريق الأقصر، انطلاقاً من عقدة المصدر 1، إلى عقدة المصب n. ومن الممكن كإحدى طرق حل هذه المشكلة، أن نفسرها على أنها مشكلة نقل تصف نقل كمية واحدة للتدفق من العقدة 1 إلى العقدة n، بحيث تكون مسافة النقل أو زمن النقل من i إلى j هي: d_{ij} أو t_{ij}. لذا، يمكن صياغة مشكلة المسار الأقصر كبرمجة خطية وكما هو مبين في الفقرة أدناه.

4. النموذج العام لمشكلة المسار الأقصر أحادية الهدف

لا تزال مشكلة المسار الأقصر تمثل نوعاً خاصاً وهاماً من مشكلات البرمجة الخطية والتي تعد أيضاً حالة خاصة لمشكلة تدفق الشبكة ذات التكلفة الدنيا. الهدف الآن هو العثور على المسار الأمثل عبر شبكة الأعمال انطلاقاً من عقدة المصدر و وصولاً إلى عقدة المصب مع الأخذ بنظر الإعتبار تخفيض إجمالي المسافة أو الوقت المقطوع [13]. بشكل عام، يمكن صياغة مسألة إيجاد المسار الأقصر كمشكلة برمجة خطية كما مبين في أدناه [14]:

$$\left.\begin{array}{ll} \underset{x}{Minimize}\ \ f(x)=\sum_{(i,j)\in E} d_{ij}x_{ij} & \\ s.t. \quad \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=1, & if\ \ i=p \\ \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=0, & \forall i\neq p,q\in V \\ \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=-1, & if\ \ i=q \\ 0\leq x_{ij}\leq 1, & \forall (i,j)\in E. \end{array}\right\} \qquad (2)$$

x_{ij} و d_{ij} عبارة عن متغير القرار و تكلفة الوصلة (الارتباط) (i,j)، على التوالي.

- شرح النموذج أعلاه:

تمثل المعادلة $\sum_{(i,j)\in E} d_{ij}x_{ij}$ دالة الهدف التي تقوم بتخفيض كلفة المسار من العقدة p إلى العقدة q ، و x_{ij} عبارة عن الكمية المارة من العقدة p إلى العقدة q من خلال (i,j). المعادلات من $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=1$ إلى $0\leq x_{ij}\leq 1$ عبارة عن قيود النموذج، حيث تمثل المعادلات من $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=1$ إلى $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=0$ شروط الحفاظ على التدفق و المعادلة $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=1$ تمثل المحافظة على التدفقات في عقدة المصدر، العقدة p . إن الفرق بين كمية المرور الواردة وكمية المرور الصادرة، $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}$ ، يساوي واحد. هنا، كمية المرور الصادرة عند العقدة p يساوي واحد. المعادلة $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}-\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}=0$ تحافظ على التدفقات عند العقدة الوسطية i، حيث إن $i\neq p,q$. إن كمية المرور الصادرة عند العقدة i ، $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}$، تساوي كمية المرور الواردة عند العقدة i، $\sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji}$. عند عقدة المصب، أي العقدة q يكون شرط المحافظة على

التدفقات هو المعادلة $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = -1$. إن المعادلة $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = -1$ يجب أن تتحقق. ومع ذلك، فإن المعادلة $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = -1$ يتم خصمها باستخدام المعادلات من $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = 1$ إلى $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = 0$. لذلك، فإن المعادلة $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = -1$ مضمونة من خلال المعادلات $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = 1$ و $\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = 0$. واخيراً، المعادلة $0 \le x_{ij} \le 1$ تمثل المدى الكلي لمتغيرات القرار x_{ij} .

5. مشكلة المسار الأقصر متعدد الأهداف

تعد مشكلة أقصر مسار متعدد الأهداف من المشاكل المهمة والشائعة حيث تتمثل المشكلة في كيفية إيجاد أقصر مسار لأي شبكة أعمال بالإعتماد على مجموعة معينة من الأهداف، مثل (الكلفة، المسافة، الوقت، الخ). سيتم في هذا البحث دراسة مشكلة قسم الخدمات لرسوم السفر الحكومية (GTC) [15] والتي تبحث في كيفية اختيار أقصر مسار ممكن وبأقل وقت متاح لكي ينتقل الفنيون من زبون إلى آخر. إن حساب أقصر أو أسرع الطرق بين موقعين للعملاء ليس بالأمر السهل في الواقع، ويرجع ذلك أساسا إلى تغير الظروف في شبكة الطرق بسرعة وبشكل منتظم. لذا نستطيع القول بأن الهدف الرئيسي لقسم الخدمات (GTC) هو إيجاد حل أمثل متعدد الأهداف لمشكلة أقصر طريق، مع مراعاة تحقيق أقصى تدنية للأهداف الرئيسية المتعددة والمتمثلة بالمسافة والوقت سويةً.

6. النموذج الرياضي المقترح لحل مشكلة أقصر مسار خطي متعدد الأهداف

سيتم في هذه الفقرة صياغة نموذج رياضي مقترح لحل مشكلة أقصر مسار خطي متعدد الأهداف بالإعتماد على النموذج الاصلي لمشكلة أقصر مسار أحادي الهدف رقم (2):

$$\left.\begin{aligned} &\underset{(x_1,x_2)}{Minimize}\quad F(x)=\begin{pmatrix} f_1(x)\\ f_2(x)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sum_{all\ arcs} d_{ij}x_{ij}\\ \sum_{all\ arcs} t_{ij}x_{ij}\end{pmatrix}\\ &s.t.\qquad \sum_{arcs\ out} x_{ij}-\sum_{arcs\ in} x_{ji}=1,\quad \text{Origin node (i)}\\ &\qquad\quad \sum_{arcs\ out} x_{ij}-\sum_{arcs\ in} x_{ji}=0,\quad \text{Intermediate nodes}\\ &\qquad\quad \sum_{arcs\ in} x_{ij}-\sum_{arcs\ out} x_{ji}=-1,\quad \text{Destination node}\\ &\qquad\quad x_{ij}\ge 0\ \ and\ \ x_{ij}\le 1. \end{aligned}\right\}\qquad (3)$$

حيث إن: $f_1(x)$ تمثل دالة الهدف الأولى والخاصة بتحقيق اقصى تخفيض للمسافة و $f_2(x)$ تمثل دالة الهدف الثانية والخاصة بتحقيق اقصى تخفيض للوقت. إن الحل الأمثل للنموذج أعلاه، هو الحل الذي يخفض جميع دوال الهدف في آن واحد إلا إن هنالك مشكلة تظهر في التضارب الذي سيحصل بين دوال الهدف والذي يجعل الحصول على مثل هذا الحل غير ممكن في كثير من الأحيان حيث أنه في الوقت الذي تكون فيه إحدى دوال الهدف في أقصى تخفيض $\{Minimize\ f\}$ تكون دالة الهدف الأخرى في أقصى تعظيم $\{Maximize\ f\}$. لذلك سيتم في هذا البحث استخدام واحدة من أهم الطرائق الشائعة والمستخدمة في حل المشاكل الخاصة بالأمثلية متعددة الأهداف وهي طريقة الأوزان النسبية (Weighting Method) وكما هو مبين في أدناه.

7. طريقة الأوزان النسبية

من خلال طريقة الاوزان يتم تحويل مشكلة الأمثلية متعددة الأهداف الى مشكلة أمثلية أحادية الهدف، حيث يتم تحويل المشكلة رقم (1) إلى المشكلة أحادية الهدف المبينة في أدناه [16]:

$$\left.\begin{aligned} &\underset{x}{Min}\quad wF(x)=wCx=\sum_{i=1}^{n} w_i\ f_i(x)\\ &s.t.\quad x\in D=\{x\,|Ax\ge b,\ x\ge 0\}\end{aligned}\right\}\qquad (4)$$

حيث تسمى المعاملات $(w=(w_1,w_2,\dots,w_n)\ge 0)$ بمتجه الوزن النسبي المخصص لدوال الهدف (Cx) ويتم الحصول على مجموعة الحلول المهيمنة (أو مجموعة باريتو) بتغيير المعاملات w. سيتم توضيح كيفية استخدام هذه الطريقة في الجانب التطبيقي.

المبحث الثالث

الجانب التطبيقي

سيتم في هذا الجانب إيجاد أقصر مسار أمثل متعدد الأهداف يحقق أقل مسافة ووقت في آن واحد لشركة الخدمة الأمريكية (GTC) وذلك من خلال حساب المسار الأقصر والوقت الأقل بين موقعين للزبائن علماً إن الشركة تبحث عن ايجاد نظام يقدم المشورة إلى الفنيين العاملين في الشركة حول المسار الذي يجب عليهم اتخاذه إلى الزبائن، فقط بعد انتهائهم من خدمة زبائن آخرين. وسيستخدم الباحثين في هذا البحث طريقة الاوزان لإيجاد المسار الأمثل النهائي. حيث تم استخلاص البيانات الخاصة بالمسافة والوقت في الجدول رقم (1) من قبل الباحثان بتصرف باستخدام المصدر [15] وكما موضح أدناه.

الجدول رقم 1.
المسافة (d) بالكيلومتر، والوقت (t) بالدقائق بين عقد الشبكة المختلفة

Start node - Destination node	المسافة (d)	الوقت (t)	Start node - Destination node	المسافة (d)	الوقت (t)	Start node - Destination node	المسافة (d)	الوقت (t)
1 – 1	0.0	0.0	16 – 17	2.6	3.8	32 – 33	1.5	1.9
1 – 2	6.3	5.0	16 – 19	2.4	2.4	32 – 40	2.2	2.7
1 – 3	2.4	2.4	16 – 20	2.5	3.7	33 – 35	1.8	1.8
1 – 4	3.1	3.9	17 – 20	3.8	5.4	34 – 39	2.4	2.9
2 – 4	3.7	4.7	17 – 22	3.4	4.3	34 – 40	2.5	3.2
2 – 6	1.5	1.4	18 – 19	2.1	2.6	34 – 44	3.3	3.8
3 – 7	2.3	2.8	18 – 25	3.3	3.4	35 – 40	3.4	4.1
3 – 8	2.7	3.7	19 – 20	1.5	1.3	35 – 41	1.9	2.0
4 – 5	3.4	3.8	19 – 25	3.0	3.2	36 – 37	1.7	2.0
4 – 8	2.2	2.8	19 – 26	2.2	2.8	36 – 42	1.5	2.0
4 – 11	2.3	2.5	20 – 21	2.7	3.8	37 – 38	1.9	2.7
5 – 6	0.8	1.9	21 – 22	1.8	2.8	37 – 42	2.7	3.4
6 – 12	3.6	4.0	21 – 27	2.9	3.9	37 – 43	2.8	3.1
6 – 13	1.9	2.4	22 – 23	1.8	3.0	38 – 39	2.0	2.8
7 – 8	4.4	5.9	22 – 27	3.9	4.9	38 – 43	3.3	4.0
7 – 9	2.4	2.9	23 – 24	2.4	3.0	39 – 43	4.2	5.1
8 – 10	1.5	2.3	23 – 28	3.1	4.4	40 – 41	3.8	4.4
9 – 10	3.1	3.4	24 – 29	2.2	2.1	40 – 44	3.1	3.7
9 – 15	2.0	2.3	25 – 26	2.5	3.1	40 – 46	2.5	2.7
10 – 11	2.6	3.7	25 – 30	2.2	2.5	41 – 46	2.5	2.7
10 – 15	4.3	6.0	25 – 37	3.3	4.1	42 – 47	1.8	2.2
10 – 16	3.4	3.6	26 – 27	3.4	4.3	43 – 44	4.3	5.6
10 – 17	2.3	2.4	26 – 38	2.5	3.4	43 – 47	1.7	2.8
11 – 12	2.0	2.7	27 – 28	2.4	3.4	44 – 45	1.1	1.0
12 – 14	3.6	4.5	27 – 31	2.0	2.8	45 – 46	4.5	5.3
12 – 17	3.4	3.8	27 – 39	3.5	4.8	45 – 48	2.5	2.8
12 – 22	3.1	3.9	28 – 29	3.2	3.7	45 – 49	3.3	3.2

13 – 14	2.0	2.3	28 – 31	1.5	3.0	46 – 49	2.4	2.7
14 – 23	3.5	3.9	28 – 32	2.0	2.4	47 – 48	3.4	3.4
14 – 24	3.0	3.4	29 – 33	2.8	3.4	48 – 50	3.9	4.1
15 – 16	1.9	2.4	30 – 36	3.3	3.0	49 – 50	1.2	1.3
15 – 18	1.7	1.7	31 – 34	1.0	1.9	50 – 50	0.0	0.0

المصدر: من إعداد الباحثان.

1- نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف لحل مشكلة أقصر مسار

بالإعتماد على النموذج المقترح في الفقرة (3.3) وباستخدام الجدول رقم (1) أعلاه سيتم بناء نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف لحل مشكلة أقصر طريق وكما مبين في التالي.

$$\left.\begin{array}{l}
\min\limits_{x}\left(\begin{array}{l}
f_1(x)=6.3x_{12}+2.4x_{13}+3.1x_{14}+1.5x_{24}+1.5x_{26}+2.3x_{37}+2.7x_{38}+3.4x_{45}+\\
\quad 2.2x_{48}+2.3x_{411}+0.8x_{56}+\ldots+4.5x_{4546}+2.5x_{4548}+3.3x_{4549}+2.4x_{4649}\\
\quad +3.4x_{4748}+3.9x_{4850}+1.2x_{4950}\\
f_2(x)=5.0x_{12}+2.4x_{13}+3.9x_{14}+4.7x_{24}+1.4x_{26}+2.8x_{37}+3.7x_{38}+3.8x_{45}+\\
\quad 2.8x_{48}+2.5x_{411}+1.9x_{56}+\ldots+5.3x_{4546}+2.8x_{4548}+3.2x_{4549}+2.7x_{4649}\\
\quad +3.4x_{4748}+4.1x_{4850}+1.3x_{4950}
\end{array}\right)\\
\text{s.t.}\quad \left.\begin{array}{ll}
x_{12}+x_{13}+x_{14}=1, & (\text{node}1)\\
x_{12}-x_{24}-x_{26}=0, & (\text{node}2)\\
x_{13}-x_{37}-x_{38}=0, & (\text{node}3)\\
x_{14}+x_{24}-x_{45}-x_{48}-x_{411}=0, & (\text{node}4)\\
x_{45}-x_{56}=0, & (\text{node}5)\\
\vdots\quad\vdots\quad\vdots & \vdots\\
x_{4046}+x_{4146}+x_{4546}-x_{4649}=0, & (\text{node}46)\\
x_{4247}+x_{4347}-x_{4748}=0, & (\text{node}47)\\
x_{4548}+x_{4748}-x_{4850}=0, & (\text{node}48)\\
x_{4549}+x_{4649}-x_{4950}=0, & (\text{node}49)\\
x_{4850}+x_{4950}=1, & (\text{node}50)\\
\text{All decision variables}\geq 0 \text{ and } \leq 1. &
\end{array}\right\}(x\in D)
\end{array}\right\}(5)$$

حيث إن: $f_1(x)$ و $f_2(x)$ تمثل دالة المسافة والوقت على التوالي والمعادلات من (node1) إلى (node50) تمثل قيود المشكلة والتي سنرمز لها اختصاراً $(x \in D)$.

2- حل نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف لمشكلة المسار الأقصر

في البداية سيتم في هذه الفقرة حل النموذج أعلاه باستخدام البرنامج الجاهز (*Win QSB*) الخاص بتطبيقات بحوث العمليات [17]، حيث سنقوم بالخطوات الآتية:

أولاً. نقوم بحل كل دالة هدف بشكل منفرد مع قيود المشكلة كنموذج برمجة خطية اعتيادية للحصول على قيمة f_1 و f_2 على التوالي،

ثانياً. نقوم بتعويض متغيرات القرار المتحصلة من حل نموذج المسافة في دالة الهدف الخاصة بالوقت والعكس بالعكس، وذلك لإيجاد مجموعة الحلول المهيمنة وكما مبين ادناه.

الجدول رقم 2.
المسار الأمثل بالنسبة لدالة الهدف الأولى f_1

i	From Node	To Node	km / المسافة	min / الوقت
1	1	4	3.10	3.90
2	4	11	2.30	2.50
3	11	12	2.00	2.70
4	12	22	3.10	3.90
5	22	23	1.80	3.00
6	23	28	3.10	4.40
7	28	32	2.00	2.40
8	32	40	2.20	2.70
9	40	46	2.50	2.70
10	46	49	2.40	2.70
11	49	50	1.20	1.30
Total			25.70	32.20

الجدول رقم 3.
المسار الأمثل بالنسبة لدالة الهدف الثانية f_2

i	From Node	To Node	km / المسافة	min / الوقت
1	1	2	5.00	6.30
2	2	6	1.40	1.50
3	6	13	2.40	1.90
4	13	14	2.30	2.00
5	14	24	3.40	3.00

6	24	29	2.10	2.20
7	29	33	3.40	2.80
8	33	35	1.80	1.80
9	35	41	2.00	1.90
10	41	46	2.70	2.50
11	46	49	2.70	2.40
12	49	50	1.30	1.20
Total			30.50	29.50

نستنتج من الجدولين (2 و 3) أعلاه مجموعة الحلول المهيمنة المبينة بالجدول رقم (4).

الجدول رقم 4.
مجموعة الحلول المهيمنة لدالتي الهدف f_1 و f_2

<table>
<tr><td colspan="2">x_{14}</td><td>x_{411}</td><td>x_{1112}</td><td>x_{1222}</td><td>x_{2223}</td><td>x_{2328}</td><td>x_{2832}</td><td>x_{3240}</td><td>x_{4046}</td><td>x_{4649}</td><td>x_{4950}</td><td>f_1</td><td>f_2</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>**25.7**</td><td>32.2</td></tr>
<tr><td>x_{12}</td><td>x_{26}</td><td>x_{613}</td><td>x_{1314}</td><td>x_{1424}</td><td>x_{2429}</td><td>x_{2933}</td><td>x_{3335}</td><td>x_{3541}</td><td>x_{4146}</td><td>x_{4649}</td><td>x_{4950}</td><td rowspan="2">29.5</td><td rowspan="2">**30.5**</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

من الجدول أعلاه يمكن ملاحظة التضارب (التناقض) بين دالتي الهدف f_1 و f_2 إذ إن دالة الهدف الأولى تمثل المسافة ودالة الهدف الثانية تمثل الوقت، فعندما يتم تقليل المسافة الكلية يتم في الوقت ذاته زيادة الوقت الكلي وإذا تم تقليل الوقت الكلي يتم في الوقت نفسه زيادة المسافة الكلية، أي بمعنى آخر لا نحصل على حل أمثل نهائي يرضي شركة الخدمة الأمريكية (GTC) لدالتي الهدف f_1 و f_2 ، حيث إن الشركة تبحث عن حل أمثل يقوم بتقليل المسافة والوقت سويةً ولكي يتم الحصول على مثل هذا الحل سنقوم باستخدام طريقة الأوزان المذكورة آنفاً وبالشكل الآتي:

لحل النموذج المقترح رقم (5) باستخدام طريقة الأوزان للحصول على حل أمثل نهائي يرضي شركة الخدمة الأمريكية (GTC) سيتم أولاً تحويل النموذج إلى مشكلة أحادية الهدف، ومن ثم سيتم أخذ قيم مختلفة لمتجه الاوزان (w) لغرض إيجاد مجموعة الحلول المهيمنة وبالشكل المبين أدناه.

- عندما $(w_1 = 0.5 \ , w_2 = 0.5)$، فإن نموذج الأوزان المقترح يمكن صياغته بالشكل الآتي،

$$\underset{x}{Min}\, wF(x)=(0.5)\begin{pmatrix} 6.3x_{12}+2.4x_{13}+ \\ 3.1x_{14}+1.5x_{24}+ \\ 1.5x_{26}+2.3x_{37}+ \\ 2.7x_{38}+3.4x_{45}+ \\ 2.2x_{48}+2.3x_{411}+ \\ 0.8x_{56}+\ldots+ \\ 4.5x_{4546}+2.5x_{4548} \\ +3.3x_{4549}+2.4x_{4649} \\ +3.4x_{4748}+3.9x_{4850} \\ +1.2x_{4950} \end{pmatrix}+(0.5)\begin{pmatrix} 5.0x_{12}+2.4x_{13}+ \\ 3.9x_{14}+4.7x_{24}+ \\ 1.4x_{26}+2.8x_{37}+ \\ 3.7x_{38}+3.8x_{45}+ \\ 2.8x_{48}+2.5x_{411}+ \\ 1.9x_{56}+\ldots+ \\ 5.3x_{4546}+2.8x_{4548} \\ +3.2x_{4549}+2.7x_{4649} \\ +3.4x_{4748}+4.1x_{4850} \\ +1.3x_{4950} \end{pmatrix}$$

$$s.t. \qquad x\in D$$

بعد حل النموذج أعلاه وجدنا إن الحل الأمثل هو: $\left\{\left(x^*_{14}, x^*_{411}, x^*_{1112}, x^*_{1222}, x^*_{2223}, x^*_{2328}, x^*_{2832}, x^*_{3240}, x^*_{4046}, x^*_{4649}, x^*_{4950}\right)=(1)\right\}$، وكانت قيمة دالتي الهدف المثلى هما $\left\{f^*(\mathrm{x})=\left(f_1^*(\mathrm{x}), f_2^*(\mathrm{x})\right)^T=(25.70, 32.20)^T\right\}$.

- عندما $(w_1=0.0\ , w_2=1.0)$، فإن الحل الأمثل هو:

$\left\{\left(x^*_{12}, x^*_{26}, x^*_{613}, x^*_{1314}, x^*_{1424}, x^*_{2429}, x^*_{2933}, x^*_{3335}, x^*_{3541}, x^*_{4146}, x^*_{4649}, x^*_{4950}\right)=(1)\right\}$، وقيمة دالتي الهدف المثلى هما $\left\{f^*(\mathrm{x})=\left(f_1^*(\mathrm{x})\ , f_2^*(\mathrm{x})\right)^T=(29.50\ , 30.50)^T\right\}$.

عندما $(w_1=1.0\ , w_2=0.0)$، فإن الحل الأمثل هو:

$\left\{\left(x^*_{14}, x^*_{411}, x^*_{1112}, x^*_{1222}, x^*_{2223}, x^*_{2328}, x^*_{2832}, x^*_{3240}, x^*_{4046}, x^*_{4649}, x^*_{4950}\right)=(1)\right\}$، وقيمة دالتي الهدف المثلى هما $\left\{f^*(\mathrm{x})=\left(f_1^*(\mathrm{x})\ , f_2^*(\mathrm{x})\right)^T=(25.70\ , 32.20)^T\right\}$.

إن طريقة الأوزان أعلاه قد حددت مجموعة كل الحلول المهيمنة للنموذج المقترح وأعطت حل مرضي لشركة الخدمة الأمريكية (GTC) عند الوزن النسبي $(w_1=0.5\ , w_2=0.5)$ حيث إن المسار الأمثل وفقاً لدالتي الهدف f_1 و f_2 ممثل بالجدول رقم (5) أدناه.

الجدول رقم 5.

المسار الأمثل الذي يحقق أدني تخفيض لدالتي الهدف f_1 و f_2 في آن واحد

i	Optimal Path	$f_1(x)$	$f_2(x)$

	From Node	To Node	km / المسافة	min / الوقت
1	1	4	3.10	3.90
2	4	11	2.30	2.50
3	11	12	2.00	2.70
4	12	22	3.10	3.90
5	22	23	1.80	3.00
6	23	28	3.10	4.40
7	28	32	2.00	2.40
8	32	40	2.20	2.70
9	40	46	2.50	2.70
10	46	49	2.40	2.70
11	49	50	1.20	1.30
Total			25.70	32.20

المبحث الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

1-الاستنتاجات:

توصل الباحثان الى الاستنتاجات التالية:

1-1 التركيز على كيفية ايجاد المسار الأمثل متعدد الأهداف الذي يحقق أقل تخفيض للمسافة والوقت في آن واحد لحل مشكلة شركة الخدمة الأمريكية (GTC) متعددة الاهداف وذلك من خلال حساب المسار الأقصر والوقت الأقل بين موقعين للزبائن باستخدام شبكة تتكون من 50 عقدة.

1-2 كذلك تم التركيز على كيفية تحقيق أقصى موازنة منجزة من ناحية أدنى تخفيض للمسافة والوقت ترضي طموح الشركة، لذا تم في هذا البحث اقتراح نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف لحل مشكلة أقصر مسار.

3-1 أثبت النموذج المقترح مدى الكفاءة والفعالية في حل المشكلة قيد الدراسة. كما ووفرت طريقة الأوزان حل أمثل نهائي لدالتي الهدف (f_1) و (f_2) مع مسار أمثل واحد.

1-4 إن استخدام هكذا نوع من النماذج الرياضية يعد تقنية جديدة من شأنها أن ترفع من جودة صنع القرار العقلاني في شركات الأعمال التي تهتم بتقديم خدمة سريعة للزبائن عند وجود أهداف متعددة.

2- التوصيات:

يوصي الباحثان بالآتي:

2-1 استخدام النموذج المقترح في حل المشاكل المماثلة لمشكلة الدراسة. وذلك لما وفرته طريقة الأوزان النسبية من حل أمثل نهائي لدالتي الهدف مع مسار أمثل واحد.

2-2 على شركات الأعمال التي تهتم بتقديم خدمة سريعة للزبائن عند وجود أهداف متعددة تبني الطريقة المستخدمة في هذا البحث لحل المشاكل التي تواجهها لما تمتلكه هذه الطريقة من كفاءة وفعالية في إيجاد حل للأهداف المتعددة.

2-3 التوسع في مثل هكذا دراسات واستخدام النماذج المقدمة في الدراسات العليا (الماجستير والدكتوراه)، وتقديم الإثراء العلمي الكافي لشركات الأعمال ومكتبات الجامعات لطالبي المعرفة العلمية في هذا الصدد.

المصادر

1. Kuhn, H.W., and Tucker A.W. 1951. Nonlinear Programming, in J. Neyman (ed.), Proceedings Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, pp. 481-491, University of California Press, Berkeley, California.
2. Hwang, C.L. and Yoon, K. 1979. Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Printed in Germany.
3. Zeleny, M. 1982. Multiple Criteria Decision Making, McGraw-Hill Book Company: New York.
4. White, D. J. (1990). A bibliography on the applications of mathematical programming multiple-objective methods. Journal of the Operational Research Society, 41, 669–691.
5. Papadimitriou C.H., M. Yannakakis, On the approximability of trade-offs and optimal access of web sources, in Proceedings of the 41st Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, pp. 86-92, IEEE Computer Society (2000).

6. Ireland, P., Case, R., Fallis, J., Van Dyke, C., Kuehn, J., & Meketon, M. (2004). The Canadian Pacific Railway transforms operations by using models to develop its operating plans. Interfaces, 34(1), 5–14.
7. Raith, A. and Ehrgott, M.; A comparison of solution strategies for bi-objective shortest path problems. Computers & Operations Research, Volume 36, Issue 4, April (2009). Pages 1299-1331.
8. Paixão J.M., & Santos J.L.; Labeling Methods for the General Case of the Multi-Objective Shortest Path Problem – A Computational Study. Computational Intelligence and Decision Making, Intelligent Systems, Control, and Automation: Science and Engineering, Vol. 61, (2013) – Springer. Pages 489-502.
9. Duque, D.; Lozano, L. and Medaglia, A.L.; An exact method for the bi-objective shortest path problem for large-scale road networks. European Journal of Operational Research, Volume 242, Issue 3, 1 May (2015). Pages 788-797.
10. Thomas, B., Twan, D. and Wilcovanden, H.; Analysis of FPTASes for the multi-objective shortest path problem. Computers & Operations Research, Volume 78, Elsevier Ltd, (2017). Pages 44-58.
11. Antunes, C.H., et al.; Multi-objective Linear and Integer Programming. University of Coimbra, Portugal. EURO Advanced Tutorials on Operational Research (eBook), Springer International Publishing Switzerland (2016).
12. Jozefowiez, N., Glover, F. & Laguna M.; Multi-objective Meta-heuristics for the TSP with Profits. J Math Model Algor; Springer Science + Business Media B.V. (2008).
13. Saul, I.G. & Michael, C.F.; Encyclopedia of Operations Research and Management Science. 3rd edition: Springer ScienceBusiness Media New York (2013).
14. Eiji, O.; Linear Programming and Algorithms for Communication Networks: A Practical Guide to Network Design, Control, and Management - CRC Press (eBook). Taylor & Francis Group, LLC (2013). http://www.crcpress.com/.
15. Gerard, S. and Diptesh, G.; Network in Action: Text and Computer Exercises in Network Optimization. International Series in Operations

Research & Management Science Series Volume 140. Springer-Verlag US. (2010).
16. Hwang, C.L. & Yoon, K., (1979); “Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications”, A state of the Art Survey. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
17. Yih-Long, C.; "Win-QSB", (Published by Jon Willey and Sons), first edition, (2001).

الملاحق:

الجدول رقم 6.

يمثل الأوزان النسبية التي ضربت في دالتي الهدف f_1 و f_2

Start node - Destination node	$wF(x)$	Start node - Destination node	$wF(x)$	Start node - Destination node	$wF(x)$
1 – 1	0.00	16 – 17	3.20	32 – 33	1.70
1 – 2	5.65	16 – 19	2.40	32 – 40	2.45
1 – 3	2.40	16 – 20	3.10	33 – 35	1.80
1 – 4	3.50	17 – 20	4.60	34 – 39	2.65
2 – 4	4.20	17 – 22	3.40	34 – 40	2.85
2 – 6	1.45	18 – 19	2.35	34 – 44	3.55
3 – 7	2.55	18 – 25	3.35	35 – 40	3.75
3 – 8	3.20	19 – 20	1.40	35 – 41	1.95
4 – 5	3.60	19 – 25	3.10	36 – 37	1.85
4 – 8	2.50	19 – 26	2.50	36 – 42	1.75
4 – 11	2.40	20 – 21	3.25	37 – 38	2.30
5 – 6	1.35	21 – 22	2.30	37 – 42	3.05
6 – 12	3.80	21 – 27	3.40	37 – 43	2.95
6 – 13	2.15	22 – 23	2.40	38 – 39	2.40
7 – 8	5.15	22 – 27	4.40	38 – 43	3.65
7 – 9	2.65	23 – 24	2.70	39 – 43	4.65
8 – 10	1.90	23 – 28	3.75	40 – 41	4.10
9 – 10	3.25	24 – 29	2.15	40 – 44	3.40
9 – 15	2.15	25 – 26	2.80	40 – 46	2.60
10 – 11	3.15	25 – 30	2.35	41 – 46	2.60
10 – 15	5.15	25 – 37	3.70	42 – 47	2.00
10 – 16	3.50	26 – 27	3.85	43 – 44	4.95
10 – 17	2.35	26 – 38	2.95	43 – 47	2.25
11 – 12	2.35	27 – 28	2.90	44 – 45	1.05
12 – 14	4.05	27 – 31	2.40	45 – 46	4.90
12 – 17	3.60	27 – 39	4.15	45 – 48	2.65

12 – 22	3.50	28 – 29	3.45	45 – 49	3.25
13 – 14	2.15	28 – 31	2.25	46 – 49	2.55
14 – 23	3.70	28 – 32	2.20	47 – 48	3.40
14 – 24	3.20	29 – 33	3.10	48 – 50	4.00
15 – 16	2.15	30 – 36	3.15	49 – 50	1.25
15 – 18	1.70	31 – 34	1.45	50 – 50	0.00